

## B. TỰ LUẬN

### Dạng 1. Giải phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit

**Câu 1. (KNTT11)** Giải các phương trình sau:

a)  $2^{2x-1} + 4^{x+1} = 3$ ;

b)  $\log_5(x+6) + \log_5(x+2) = 1$ .

**Câu 2. (KNTT11)** Giải các phương trình mũ sau:

a)  $4^{2x-1} = 8^{x+3}$ ;      b)  $9^{2x} \cdot 27^{x^2} = \frac{1}{3}$ ;      c)  $(e^4)^x \cdot e^{x^2} = e^{12}$ ;      d)  $5^{2x-1} = 20$ .

**Câu 3. (KNTT11)** Giải các phương trình lôgarit sau:

a)  $\log_3(4x-1) = 2$ ;      b)  $\log_2(x^2-1) = \log_2(3x+3)$ ;

c)  $\log_x 81 = 2$ ;      d)  $\log_2 8^x = -3$ .

**Câu 4. (CTST11)** Giải các phương trình sau:

a)  $5^{x+2} = \sqrt[3]{25}$       b)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1} = 32^{x+3}$

**Câu 5. (CTST11)** Giải các phương trình sau:

a)  $\log_{16}(3x-5) = \frac{1}{2}$       b)  $\log_3 x + \log_3(x+1) = \log_3(5x+12)$ .

**Câu 6. (CTST11)** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \geq \frac{1}{81}$       b)  $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{3x} < 25^{1-x}$

**Câu 7. (CTST11)** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\log_{\sqrt{5}}(x^2-4) < 2$ ;      b)  $\log_{0,5}(2x+1) \geq \log_{0,5}(3x-4)$ .

**Câu 8. (KNTT11)** Giải các bất phương trình mũ sau:

a)  $2^{2x-3} > \frac{1}{4}$ ;      b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5x-6}$ ;      c)  $25^x \leq 5^{4x-3}$ ;      d)  $9^x - 3^x - 6 \leq 0$ .

**Câu 9. (KNTT11)** Giải các bất phương trình lôgarit sau:

a)  $\log_3(2x+1) \geq 2$ ;      b)  $\log_2(3x-1) < \log_2(9-2x)$ ;

c)  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(4x-5)$ ;      d)  $\log_2(2x-1) \leq \log_4(x+1)^2$ .

**Câu 10. (KNTT11)** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1}{3^x-9}$ ;      b)  $y = \ln(4-x^2)$ ;      c)  $y = \log \frac{1}{5-x}$       d)  $y = \frac{2}{\log_4(x-1)}$ .

**Câu 11. (KNTT11)** Giải các bất phương trình sau:

a)  $3^{x^2-x} \leq 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;      b)  $\log_{0,5}(x-3) + \log_{0,5}(x-2) \geq -1$ .

**Câu 12. (CD11)** Giải mỗi phương trình sau:

a)  $(0,3)^{x-3} = 1$ ;      b)  $9^{x-2} = 243^{x+1}$ ;

$$c) \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = -3$$

$$d) \log_5(3x-5) = \log_5(2x+1).$$

**Câu 13. (CD11)** Giải mỗi bất phương trình sau:

$$a) 3^x > \frac{1}{243} \quad b) \left(\frac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \frac{3}{2} \quad c) 4^{x+3} \geq 32^x;$$

$$d) \log(x-1) < 0; \quad e) \log_{\frac{1}{5}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{5}}(x+3);$$

$$g) \ln(x+3) \geq \ln(2x-8).$$

**Câu 14. (CTST11)** Giải các phương trình sau:

$$a) 4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \quad b) \left(\frac{1}{9}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - 27 = 0.$$

**Câu 15. (CTST11)** Tìm tất cả các số nguyên  $x$  thoả mãn  $\log_3(x-2) \cdot \log_3(x-1) < 0$ .

### Dạng 2. Ứng dụng

**Câu 16. (CD11)** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là 6% / năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

**Câu 17. (CD11)** Độ pH của đất thích hợp cho trồng hoa hồng là từ 6,5 đến 7. Tính nồng độ của ion hydrogen  $[H^+]$  của đất để thích hợp cho trồng hoa hồng.

**Câu 18. (CD11)** Người ta nuôi cấy vi khuẩn Bacillus subtilis trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào /1ml dịch nuôi là  $2 \cdot 10^2$ . Sau 13 giờ, số tế bào /1ml dịch nuôi là  $3,33 \cdot 10^9$ . Biết vi khuẩn Bacillus subtilis sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn Bacillus subtilis tự nhân đôi một lần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Câu 19. (CD11)** Dân số thành phố Hà Nội năm 2022 khoảng 8,4 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Hà Nội không đổi và bằng  $r = 1,04\%$ . Biết rằng, sau  $t$  năm dân số Hà Nội (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức:  $S = A \cdot e^{rt}$ , trong đó  $A$  là dân số năm lấy làm mốc. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số của Hà Nội vượt quá 10 triệu người?

**Câu 20. (CD11)** Mức cường độ âm  $L(dB)$  được tính bởi công thức  $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$ , trong đó  $I(W/m^2)$  là cường độ âm. Để đảm bảo sức khỏe cho công nhân, mức cường độ âm trong một nhà máy phải giữ sao cho không vượt quá  $85dB$ . Hỏi cường độ âm của nhà máy đó phải thoả mãn điều kiện nào để đảm bảo sức khỏe cho công nhân?

**Câu 21. (KNTT11)** Dân số thế giới năm 2020 là khoảng 7,79 tỉ người và tăng với tốc độ khoảng 1,05% mỗi năm (theo danso.org). Giả sử tốc độ tăng này không đổi. Khi đó mô hình  $P(t) = 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020}$  có thể dùng để ước tính dân số thế giới (theo đơn vị tỉ người) vào năm  $t$ .

a) Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người?

b) Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 10 tỉ người?

**Câu 22. (KNTT11)** Áp suất khí quyển  $p$  lên một vật giảm khi độ cao tăng dần. Giả sử áp suất này (tính bằng milimét thủy ngân) được biểu diễn theo độ cao  $h$  (tính bằng kilômét) so với mực nước biển bằng công thức  $p(h) = 760 \cdot e^{-0,145h}$ .

a) Một máy bay đang chịu áp suất khí quyển  $320mmHg$ . Tìm độ cao của máy bay đó.

- b) Một người đứng trên đỉnh của một ngọn núi và chịu áp suất khí quyển  $667\text{mmHg}$ . Tìm chiều cao của ngọn núi này.
- Câu 23. (KNTT11)** Giả sử giá trị còn lại  $V$  (triệu đồng) của một chiếc ô tô nào đó sau  $t$  năm được cho bằng công thức  $V(t) = 730 \cdot (0,82)^t$ .
- a) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 500 triệu đồng?
- b) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 200 triệu đồng?
- (Kết quả của câu a và câu b được tính tròn năm).
- Câu 24. (KNTT11)** Giả sử tổng chi phí hoạt động (đơn vị tỉ đồng) trong một năm của một công ty được tính bằng công thức  $C(t) = 90 - 50e^{-t}$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng năm kể từ khi công ty được thành lập. Tính chi phí hoạt động của công ty đó vào năm thứ 10 sau khi thành lập (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).
- Câu 25. (KNTT11)** Nhắc lại rằng độ  $pH$  của một dung dịch được tính bằng công thức  $pH = -\log[H^+]$ , ở đó  $[H^+]$  là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng mol/lít. Biết rằng máu của người bình thường có độ  $pH$  từ 7,30 đến 7,45. Hỏi nồng độ ion hydrogen trong máu người bình thường nhận giá trị trong đoạn nào?
- Câu 26. (KNTT11)** Nhắc lại rằng mức cường độ âm (đo bằng dB) được tính bởi công thức  $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$ , trong đó  $I$  là cường độ âm tính theo  $W/m^2$  và  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ .
- a) Tính cường độ âm của âm thanh tàu điện ngầm có mức cường độ âm là 100 dB.
- b) Âm thanh trên một tuyến đường giao thông có mức cường độ âm thay đổi từ 70 dB đến 85 dB. Hỏi cường độ âm thay đổi trong đoạn nào?
- Câu 27. (CTST11)** Đồng vị phóng xạ Uranium-235 (thường được sử dụng trong điện hạt nhân) có chu kỳ bán rã là  $T = 703800000$  năm. Theo đó, nếu ban đầu có 100 gam Uranium-235 thì sau  $t$  năm, do bị phân rã, lượng Uranium-235 còn lại được tính bởi công thức  $M = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$  (g). Sau thời gian bao lâu thì lượng Uranium-235 còn lại bằng 90% so với ban đầu?
- Câu 28. (CTST11)** Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa  $P_0$  vi khuẩn thì sau  $t$  giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là  $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$ , với  $\alpha$  là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?
- Câu 29. (CTST11)** Độ  $pH$  của một dung dịch được tính theo công thức  $pH = -\log x$ , trong đó  $x$  là nồng độ ion  $H^+$  của dung dịch đó tính bằng  $mol/L$ . Biết rằng độ  $pH$  của dung dịch  $A$  lớn hơn độ  $pH$  của dung dịch  $B$  là 0,7. Dung dịch  $B$  có nồng độ ion  $H^+$  gấp bao nhiêu lần nồng độ ion  $H^+$  của dung dịch  $A$ ?